

La prueba consta de cuatro bloques con dos opciones cada uno. Debes contestar una única opción de cada bloque. Todas las opciones puntúan igual (2'5 puntos). Puedes usar cualquier tipo de calculadora.

PRIMER BLOQUE

A. Un depósito cilíndrico construido sin la tapa superior tiene una capacidad de $27\pi m^3$. Determina cuánto miden el radio de su base y su altura sabiendo que se ha construido de forma que su superficie sea mínima.

B. Se sabe que la recta $y = 9$ es una asíntota horizontal de la función $f(x) = \frac{x^2}{ax^2 - 4}$. Calcula el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$. Estudia si para dicho valor del parámetro tiene asíntotas verticales u oblicuas.

SEGUNDO BLOQUE

A. Calcula las integrales a) $\int \tan(x) dx$, b) $\int (1 + \tan^2(x)) dx$, c) $\int \arctan(x) dx$

B. a) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x < -1 \\ 1 - x^2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$

b) Determina el área encerrada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje de abscisas.

TERCER BLOQUE

A. a) Sean A , B y X matrices cuadradas de tamaño n . Despeja X de la ecuación $X \cdot A = 2X + B^2$.

b) Calcula la matriz X siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

B. a) Clasifica, en función del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$, el sistema de ecuaciones $\begin{cases} \lambda x + y - z = 2 \\ 5x + 3y + 3z = 0 \\ 3x + 2y + \lambda z = 1 \end{cases}$

b) Resuélvelo para $\lambda = 0$, si es posible.

CUARTO BLOQUE

A. Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y razona tus respuestas.

1. Dados un plano π y un punto P que no esté contenido en π , existe un **único** plano perpendicular a π que pasa por P .
2. Dados una recta r y un punto P que no esté contenido en la recta r , existe un **único** plano perpendicular a r que pasa por P .

B. Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases}$ y $r' \equiv \begin{cases} x = 2 + s \\ y = s \\ z = a + s \end{cases}$, con $s, t \in \mathbb{R}$

a) Encuentra un valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$ para que las rectas r y r' estén contenidas en un mismo plano. Halla la ecuación general de dicho plano.

b) Para $a = 0$, calcula unas ecuaciones paramétricas de un plano π que contenga a la recta r y unas ecuaciones paramétricas de otro plano π' que contenga a la recta r' , de modo que π y π' sean paralelos.